

文章编号: 1000-7598-(2009)01-0281-04

群桩与筏板的竖向动力相互作用研究

徐新生, 燕彬

(济南大学 土木建筑学院, 济南 250022)

摘要: 对沿深度离散形成一系列均质的土层, 应用传递矩阵法推导出单桩的动力阻抗。借助推求的桩-桩动力相互作用因子, 研究承台板与群桩的竖向动力相互作用, 通常假设承台板是刚性的, 并充分考虑了承台板具有一定的刚度、可以变形的柔性承台板, 提出承台板-群桩动力相互作用模型, 然后推出其动力相互作用方程。通过算例说明了承台板的刚度对承台板的动力作用是有影响的。研究结果表明, 振动频率越低, 柔性承台板的振幅与刚性承台板的振幅相差越大; 随着频率的增大, 二者差别也减小, 并逐渐趋于相等。

关键词: 动力相互作用因子; 桩; 筏板

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

Dynamic interaction between pile groups and raft foundations in axial vibration

XU Xin-sheng, YAN Bin

(College of Civil Engineering and Architecture, University of Jinan, Jinan 250022, China)

Abstract: The behaviors of soil layers with different depths are presented mainly. The pile group and the surrounding soil is discretized into horizontal layers. By means of that the single pile dynamic impedance is developed using a transfer matrix method; the pile-to-pile dynamic interaction factor is derived. So, the dynamic model is accounted for axial vibration between pile groups and raft foundations. It isn't assumed that the raft is a rigid body instead of its flexibility. These new points are completed in the equation of motion of the interaction between pile groups and raft foundations. Finally, an example shows that the stiffness of a raft has an effect on the dynamic interaction. It is demonstrated that frequency in vertical vibration is lower; the difference of vertical amplitudes between a rigid and flexible plates is larger; otherwise, the difference of them is minor, even equal.

Key words: dynamic interaction factor; piles; raft foundation

1 引言

在单桩动力特性研究中, 假设桩是竖直、弹性的, 认为土层是均质弹性半空间^[1], 或线性黏弹性土层^[2], 或由一系列符合平面应变假定的薄土层组成^[3]。计算中常假设桩与桩周土紧密接触, 不考虑桩与桩周土滑移。计算方法有解析法、半解析法、有限元法和边界元法等^[4-5]。

对于群桩中的动力相互影响, 工程实际中常采用静力相互作用因子考虑, 但大量的研究已表明除极低的频率范围内, 采用静力相互作用因子来计算桩的动力阻抗是不合理的^[6]。文献^[7]认为采用动力相互作用因子是工程实际值得推荐的计算群桩阻抗

的方法, 该方法利用一种动力文克尔地基梁模型和动力相互作用因子的概念, 对桩-土-桩动力相互作用问题进行了较广泛地研究。

目前承台与群桩的动力相互作用的文献^[3-8], 均假设承台是刚性体, 对于柱下桩基础, 由于承台须满足结构和构造上的要求, 承台高度一般比较大, 作为刚性承台假设是非常合理的。如果是桩筏基础, 由于筏板的长宽尺寸较其高度相比很大, 筏板作刚性假设显然不太合理, 在桩筏基础与地基的静力相互作用中, 考虑筏板的刚度对地基反力的分布及对桩的受荷大小的影响方面, 许多学者已作了大量的工作^[9-10], 而考虑桩与筏板基础动力相互作用的文献几乎没有, 但实际工程并不少见, 例如桩

收稿日期: 2006-12-28

基金项目: 山东省自然科学基金项目 (No. Y2006F56)。

作者简介: 徐新生, 男, 1963年生, 教授, 主要从事结构工程及岩土工程方面的研究。E-mail: xinsheng-xu@163.com

筏基础用作大型机器基础,或承受地震激励作用的情况。

本文以严格的弹性理论,采用半解析方法,沿竖向离散桩及地基土,以此分析各层土、土与桩、桩-土-桩的动力特性,利用传递矩阵法求得单桩阻抗及群桩动力相互作用因子。然后,根据文中所假设的桩土与筏板相互作用的振动模型,从而建立其共同作用的运动方程。

2 单桩竖向动阻抗的计算

均质弹性半空间的轴向受力桩,在桩顶端受竖向的简谐力为 $p(t)$, 桩的弹性模量为 E_p , 横截面积为 A_p , 单位长度的质量为 m_p 。桩端下土层按桩端等截面大小延伸至岩层顶面,如果岩层埋深较大,桩端下几乎不受桩荷载影响的土层可视为岩层平面,计算时下部土柱视为混凝土桩体的延伸,是整个桩的一部分,只是弹性模量不同而已。桩周土模拟为连续分布的弹簧和阻尼器,其弹簧系数 k_s 和阻尼系数 c_s 由文献[6-7]给出:

$$k_s = 0.6E_s \left(1 + 0.5\sqrt{a_0}\right) \quad (1)$$

$$c_s = \pi d \rho_s V_s a_0^{-\frac{1}{4}} + 2\beta_s \frac{k_s}{\omega} \quad (2)$$

式中: E_s 、 ρ_s 、 V_s 和 β_s 分别为土的弹性模量、土的密度、剪切波速和滞变阻尼系数; $a_0 = \omega d / V_s$ 为无量纲频率; ω 和 d 分别为激振圆频率和桩的直径。

通常地基土的剪切模量随深度增加,或者地基土是层状结构,在考虑单桩轴向动力反应时单桩剖面通常可简化为图 1 所示。如果桩端是未伸到岩层的摩擦桩,桩端下土层按桩端等截面大小延伸至岩层顶面,计算时下部土柱视为混凝土桩体的延伸,是整个桩的一部分,只是弹性模量不同而已。取其中第 i 土层如图 2 所示, N_p^i 、 N_p^{i+1} , W_p^i 、 W_p^{i+1} 分别为第 i 桩段的两端轴力和位移幅值; τ_{rz} 为第 i 层土对桩的摩阻力; l_i 为第 i 层土的厚度。

桩头简谐激振作用下桩的位移 $w_p(z, t) = W_p(z) e^{i\omega t}$, 这里 $W_p(z)$ 为位移幅值。

第 i 段桩体动力平衡方程为

$$E_p A_p \frac{d^2 W_p^i(z)}{dz^2} - (k_s^i + i\omega c_s^i - m_p^i \omega^2) W_p^i(z) = 0 \quad (3)$$

$$\text{令} \quad \chi_i^2 = (k_s^i + i\omega c_s^i - m_p^i \omega^2) / E_p A_p \quad (4)$$

式中: E_p^i 、 A_p^i 为第 i 段桩体的弹性模量和横截面面

积; m_p^i 为第 i 段桩体每沿米的质量; k_s^i 、 c_s^i 分别表示第 i 层土的 k_s 、 c_s 。

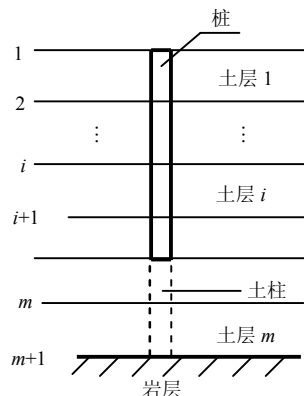


图 1 单桩剖面

Fig.1 Side view of a pile

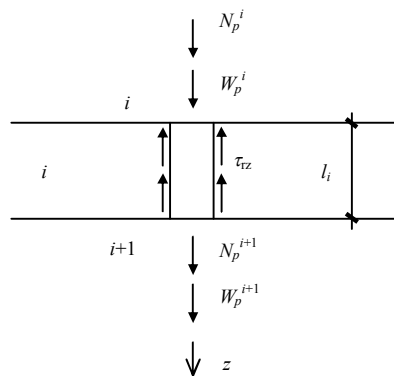


图 2 第 i 土层单桩受力

Fig.2 Force illustration of pile in i th soil layer

采用传递矩阵法并利用轴力和位移的关系式得

$$\begin{bmatrix} W_p^1 \\ N_p^1 \end{bmatrix} = [T_p] \begin{bmatrix} W_p^{m+1} \\ N_p^{m+1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{式中:} \quad [T_p] = [t_p^1] [t_p^2] \cdots [t_p^i] \cdots [t_p^m] \quad (6)$$

$$[t_p^i] = \begin{bmatrix} \text{ch} \chi_i l_i & -\text{sh} \chi_i l_i \\ -\text{sh} \chi_i l_i & \text{ch} \chi_i l_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

W_p^1 为桩头位移幅值; N_p^1 为桩头轴力幅值; $[T_p]$ 为 2×2 矩阵, 设

$$[T_p] = \begin{bmatrix} T_{p11} & T_{p12} \\ T_{p21} & T_{p22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

利用边界条件: 基岩表面上 $W_p^{m+1} = 0$, 则单桩竖向动力阻抗为

$$K_{pv} = \frac{N_p^1}{W_p^1} = \frac{T_{p22}}{T_{p12}} \quad (9)$$

3 桩-桩动力相互作用因子

均质土中的 2 根桩径和桩长相等的桩, 桩 1 在桩头受简谐荷载作用下桩头的位移以 $w_{11}(z, t)$ 表示, $w_{11}(z, t) = W_{11}(z)e^{i\omega t}$, 其中 $w_{11}(z)$ 为桩 1 由自身荷载产生的振幅, 由此在土中产生的位移以 $w_s(z, t)$ 表示, $w_s(z, t) = W_s(z)e^{i\omega t}$ 。由于 w_s 的作用, 引起桩 2 产生的桩头位移 $w_{21}(z, t) = W_{21}(z)e^{i\omega t}$, 其中 $W_{21}(z)$ 为桩 2 由桩 1 影响产生的振幅。动力相互作用因子定义为

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{W_{21}}{W_{11}} \quad (10)$$

文献[7]指出, 在均质土中, 当桩 1 振动时仅有圆柱状 SV 波沿水平方向传播, 且当桩的长径比 $L/d \leq 20$, 桩土的弹性模量之比 $E_p/E_s \geq 1000$ 时, SV 波沿桩长同时向水平方向辐射, 而且同时到达桩 2, 不存在相位差, 此时土的位移场可表示为

$$w_s(z, t) = W_s(z)e^{i\omega t} = \psi(s)W_{11}(z)e^{i\omega t} \quad (11)$$

其中

$$\psi(s) = \sqrt{\frac{r_0}{s}} \exp(-\beta_s \omega s / V_s) \exp(-i\omega s / V_s) \quad (12)$$

式中: r_0 为桩的半径; s 为距桩 1 轴线的距离。

对于均质土中的 2 根尺寸相同的桩, 文献[7]认为桩 2 的位移就等于桩 2 处土的位移, 因此动力相互作用因子为

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \psi(s) \quad (13)$$

4 筏板与桩的动力共同作用

对于桩与筏板的动力相互作用, 需考虑由于筏板的变形(包括竖向和扭转的变形)对单桩动刚度的影响。筏板采用经典的薄板理论计算, 桩模拟成弹簧, 桩-桩动力相互影响采用动力相互作用因子考虑, 并且假设筏板与其下部的桩间土是脱落的。筏板上部作用竖向的简谐荷载 $q(t)$ 。

4.1 群桩的支撑刚度矩阵

设群桩中桩数为 n , 各桩尺寸和材料相同。设各桩头上竖向简谐荷载的幅值为 N_{pi}^1 , 第 i 根桩的桩头位移幅值等于该桩在自身荷载 N_{pi}^1 的作用下产生的位移幅值加上其余 $n-1$ 根桩的影响产生的位移幅值, 即

$$W_{pi}^1 = W_{pi1}^1 + \dots + W_{pii}^1 + \dots + W_{pij}^1 + \dots + W_{pin}^1 \quad (14)$$

式中: W_{pi}^1 为桩 i 在自身荷载作用下的桩头位移; W_{pij}^1 为由于第 j 根桩的振动(在 N_{pj}^1 作用下)引起的桩 i 的附加位移幅值。引入单桩动力阻抗和动力相

互作用因子, 可得 n 个方程:

$$W_{pi}^1 = \frac{1}{K_{pv}} (\alpha_{i1} N_{p1}^1 + \dots + \alpha_{ii} N_{pi}^1 + \dots + \alpha_{in} N_{pn}^1), \quad (i=1, \dots, n) \quad (15)$$

或简写为

$$\{W_p^1\} = \frac{1}{K_{pv}} [\alpha] \{N_p^1\} = [\delta] \{N_p^1\} \quad (16)$$

式中: $\alpha_{ij} (j=1, \dots, n)$ 为桩 i 与桩 j 的动力相互作用因子, 且 $\alpha_{ii} = 1$ 。 $[\alpha]/K_{pv} = [\delta]$ 为群桩的柔度矩阵, 对柔度矩阵求逆即得到群桩的刚度矩阵 $[K_p] = [\delta]^{-1}$, 式(16)也可写为

$$\{N_p^1\} = [K_p] \{W_p^1\} \quad (17)$$

如以 0 元素将式(17)中各向量和矩阵的阶数扩大到与筏板结构节点自由度总数相同, 则有

$$\{\bar{N}_p^1\} = [\bar{K}_p] \{\bar{W}_p^1\} \quad (18)$$

4.2 共同作用方程

筏板采用矩形 4 节点单元, 每个节点有 3 个参数: 挠度 w 、法线绕 x 轴的转动 θ_x 和绕 y 轴的转动 θ_y , 即

$$\{\psi\}_l = \begin{Bmatrix} w_l \\ \theta_{xl} \\ \theta_{yl} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_l \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_l \\ \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_l \end{Bmatrix}, \quad (l=1, 2, 3, 4) \quad (19)$$

单元节点的位移向量为

$$\{\psi\}^e = \begin{Bmatrix} \{\psi\}_1 \\ \{\psi\}_2 \\ \{\psi\}_3 \\ \{\psi\}_4 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

该单元刚度矩阵为

$$[K]^e = \iint_s [B]^T [D] [B] dx dy \quad (21)$$

一致质量矩阵为

$$[M]^e = \iiint_v \rho [N]^T [N] dv \quad (22)$$

当考虑筏板仅受竖直均匀分布的简谐荷载 q 时

$$[Q]^e = \int_s [N]^T q ds \quad (23)$$

式(21)~(23)中各矩阵 $[B]$ 、 $[D]$ 及形函数 $[N]$ 详见文献[11]。

如果忽略阻尼, 则筏板的运动方程为

$$[M]\{\ddot{w}(t)\} + [K]\{w(t)\} = \{Q\} - \{\bar{N}_p^1\} \quad (24)$$

式中: $[M] = \sum [M]^e$; $[K] = \sum [K]^e$; $\{Q\} = \sum \{Q\}^e$ 。

将式(18)代入式(24), 并注意到竖向位移的连续性, 则得到筏板与桩土共同作用的运动方程:

$$[M]\{\ddot{w}(t)\} + [K + \bar{K}_p]\{w(t)\} = \{Q\} \quad (25)$$

求解该运动方程即可得筏板与桩土共同作用的振动解。

4.3 算例

位于均匀土层中 8×8 的群桩, 承台板边长为 $13.8 \text{ m} \times 13.8 \text{ m}$, 板厚 0.3 m , 桩长 9 m , 桩的长径比 $L/d = 15$, 桩间距与桩径比 $R/d = 3$, 桩的弹性模量与土的弹性模量比值 $E_p/E_s = 1000$ 。刚性承台板和柔性承台板的振幅和桩反力的比较如图 3 (纵轴表示承台板的振幅与静位移之比 W_d/W_0) 和图 4 (纵轴表示桩反力幅值与其静反力之比 F_d/F_0 , 横轴表示无量纲激振频率 $a_0 = \omega d/V_s$) 所示, 图中实线是刚性承台板的计算结果, 虚线则是柔性承台板的计算结果。

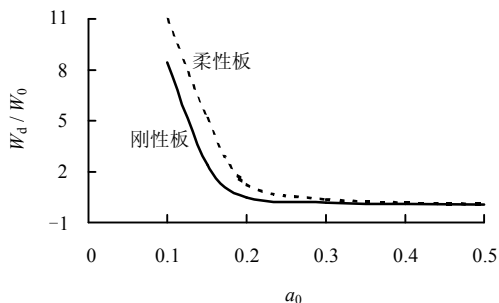


图 3 筏板中部振幅与振频的关系

Fig.3 Comparison of vertical amplitudes of the center point on a rigid and flexible plates as a function of frequency

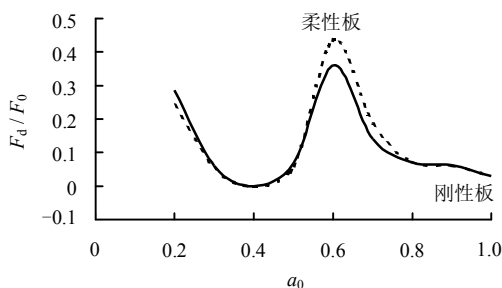


图 4 角桩反力与振频的关系

Fig.4 Comparison of axial force amplitudes of the corner pile in a rigid and flexible plates as a function of frequency

从图 3 和图 4 的计算结果可知, 在某频段柔性承台板比刚性承台板的振幅和桩反力有放大的趋势, 这与系统相应振型的固有频率是有关系的。由于例题提供的承台板的刚度较大, 因此其振幅和桩反力与完全刚性假设的计算结果比较相近。

5 结 论

本文将弹性半空间地基沿深度离散形成一系列的均质土层, 应用经典的弹性力学理论, 采用传递矩阵法求得单桩动刚度及桩的动力相互作用因子, 进而计算了柔性承台的竖向谐响应, 并以例题与刚性承台作了比较, 可见柔性承台的振幅和桩反力的放大性与其系统的固有频率和外力的激振频率有关。得出的结论为: 振动频率越低, 柔性承台板的振幅与刚性承台板的振幅相差越大, 随着频率的增大, 两者差别也减小, 并逐渐趋于相等; 在承台板发生共振时, 桩的反力出现明显的峰值, 而且柔性承台板比刚性承台板的峰值大, 两者峰值的差别与承台的刚度、激振频率及桩间距等因素有关。

参 考 文 献

- [1] BUTTERFIELD R, BANERJEE P K. The elastic analysis of compressible piles and pile groups[J]. *Geotechnique*, 1971, 21(1): 43—60.
- [2] NOGAMI T, NOVAK M. Soil-pile interaction in vertical vibration[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1976, 4(1): 277—293.
- [3] NOVAK M, ABOUL E F. Impedance functions of pile in layered media[J]. *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, 1978, 104(3): 643—661.
- [4] MARAGAKIS E A, DOUGLAS B M, ABDEL G S M. An equivalent linear finite element approach for the estimation of pile foundation stiffnesses[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1994, 23: 1115—1124.
- [5] MYLONAKIS G A, NIKOLAOU A. Soil-pile-bridge seismic interaction: kinematic and inertial effects. part I: soft soil[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1997, 26(2): 337—359.
- [6] 蒯行成, 沈蒲生. 层状介质中群桩竖向和摇摆动力阻抗的简化计算方法[J]. *土木工程学报*, 1999, 32(5): 62—69.
- [7] GAZETAS G, MAKRI N. Dynamic pile-soil-pile interaction. part I: Analysis of axial vibration[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1991, 20(1): 115—132.
- [8] ETTOUNEY M, BRENNAN A, FORTE F. Dynamic behavior of pile groups[J]. *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 1983, 109(3): 301—317.
- [9] POULUS H G. An approximate numerical analysis of pile-raft foundation[J]. *Journal of Numerical Analysis Mechanics: Geomechs*, 1994, 18: 73—92.
- [10] 董建国, 赵锡宏. 高层建筑地基基础——共同作用理论与实践[M]. 上海: 同济大学出版社, 1996.
- [11] 朱伯芳. 有限单元法原理与应用[M]. 北京: 水利电力出版社, 1979.